

DİFERANSİYEL GEOMETRİ II DERSİ QUIZ SINAVI

23.03.2021

- 1) $\phi: E^2 \rightarrow E^3$, $\phi(u, v) = (u \sin v + 2, 3 + v, u \cos v - 1)$ olarak tanımlanıyor.
- a) $M = \phi(E^2)$ kümesinin yüzey olup olmadığını inceleyiniz.
- b) M bir yüzey ise bu yüzeyin $P = (2, 3, 0)$ noktasındaki normal vektörünü ve teğet düzleminin denklemini bulunuz.

C E U A P A N I A H T A R I

a) $\phi_u = (\sin u, 0, \cos u)$, $\phi_v = (u \cos v, 1, -u \sin v)$ olup $\{\phi_u, \phi_v\}$ lineer bağımsız olmaktadır.

$$a\phi_u + b\phi_v = 0 \text{ olsun.}$$

$$a(\sin u, 0, \cos u) + b(u \cos v, 1, -u \sin v) = 0$$

$$\Rightarrow a \sin u + b u \cos v = 0$$

$$b = 0$$

$$a \cos u - b u \sin v = 0$$

$$a \sin u = 0$$

$$a \cos u = 0$$

$$\Rightarrow a^2 \sin^2 u + a^2 \cos^2 u = 0$$

$$\Rightarrow a = 0$$

$\{\phi_u, \phi_v\}$ lineer bağımsız olup M bir yüzeydir.

b) $\phi(u, v) = (u \sin v + 2, 3 + v, u \cos v - 1)$, $P = (2, 3, 0)$ olup $3 + v = 3 \Rightarrow v = 0$, $u \cos v - 1 = 0 \Rightarrow u = 1$ olur.

0 halde $P = (2, 3, 0)$ için $(u, v) = (1, 0)$ dir.

$$\phi_u|_{(u,v)} = (0, 0, 1), \quad \phi_v|_{(u,v)} = (1, 1, 0)$$

$$N = \phi_u|_{(u,v)} \times \phi_v|_{(u,v)} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} = (-1, 1, 0)$$

$\Rightarrow N = (-1, 1, 0)$ normal vektör.

Teğet düzlemi $-x + y + d = 0$

$$P = (2, 3, 0) \text{ için } -2 + 3 + d = 0 \Rightarrow d = -1$$

$$\Rightarrow x - y + 1 = 0 \text{ olur.}$$